

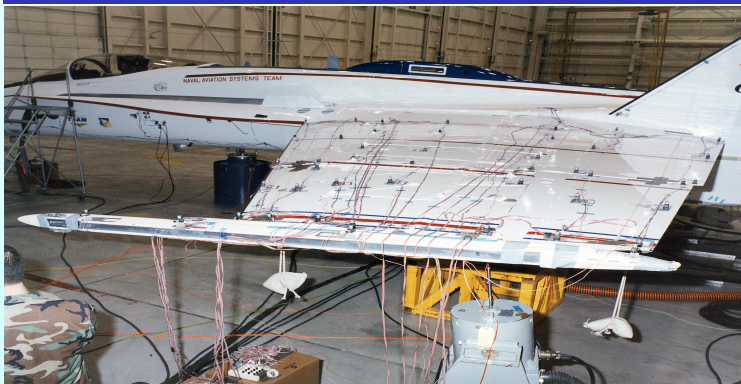
Manipulation du spectre [Retour](#)

Le son est piloté depuis la barre en bas de l'écran.

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres



Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres



Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du
min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

PLAN DU COURS 2

- 1 Le théorème du min/max
 - Version forte
 - Les \sharp et \flat
 - Les ventres
 - Fredholm
- 2 Sensibilité/ géométrie
 - Formalisme
 - Calcul de la sensibilité
- 3 Les ondes locales
 - Modes de Love
 - Les solutions de Love
- 4 Fluides-structures
 - Un premier exemple
 - D'autres exemples
- 5 QCM 2

Le théorème du min-max [Retour](#)

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du
min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Le cadre [Preuve](#)

Soient $a(., .)$ et $m(., .)$ deux formes bilinéaires définies respectivement sur les espaces de Hilbert V et H , vérifiant les sacrements du Théorème spectral (cours 1). Les valeurs propres λ_n sont classées par ordre croissant : $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$ et les vecteurs propres associés sont w_n . Si E est un sous espace vectoriel de V , on note $\text{codim}(E)$ la dimension d'un supplémentaire de E dans V . On a alors :

$$\lambda_n = \max_{E \subset V, \text{codim}(E)=n-1} \min_{v \in E} \frac{a(v, v)}{m(v, v)}.$$

Une application à l'encadrement du spectre lorsque $V = H_0^1(\Omega)$

Imaginons deux ouverts Ω_0 et Ω_1 tels que : $\Omega_0 \subset \Omega \subset \Omega_1$. Les spectres respectifs de a/m (prolongées ou restreintes) avec les espaces sur ces ouverts sont notés λ_n^0 et λ_n^1 . On a alors :

$$\forall n \geq 1, \lambda_n^1 \leq \lambda_n \leq \lambda_n^0.$$

Le théorème des dièses (\sharp) et des bémols (\flat)

Retour

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du
min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Le contexte et l'énoncé Preuve

Soient L une forme linéaire continue sur H et deux sous-espaces :

$$V_L = \{v \in V, L(v) = 0\}, H_L = \{v \in H, L(v) = 0\}.$$

La théorie spectrale appliquée à $a(., .)$, $m(., .)$ et (V_L, H_L) conduit à un spectre noté $0 < \lambda'_1 \leq \lambda'_2 \leq \dots$. On a alors :

$$\lambda_1 \leq \lambda'_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda'_2 \leq \dots$$

L'effet glissendo Preuve expérimentale

Considérons une simple corde de longueur L fixée aux deux extrémités. On *pince* la corde au point d'abscisse a , que l'on fait varier entre 0 et $L/2$.

La valeur propre λ'_1 varie de façon croissante entre λ_1 et λ_2 .

Le tambour bèlè de Martinique Retour

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Le principe du tambour (démonstration : cliquer sur le lien ci-dessous)

<https://www.youtube.com/watch?v=ihHh6uy9zJg>



Le musicien percute avec les mains et fait évoluer le spectre en déplaçant son talon sur la peau du tambour.

Il apparaît une métamorphose sonore à la fois harmonique et mélodique (J.C. Risset).

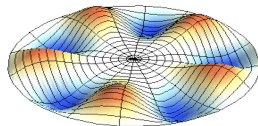
Spectrogramme Merle

la Fauvette

Rôle de la position du talon

Soit un mode ayant plusieurs ventres. Si le talon est sur le ventre on monte le spectre

Il faut donc connaître le spectre en termes de vecteurs propres !



Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Une ligne de nœuds et un ventre de mode propre

Une ligne de nœuds d'un mode propre (2D) est une ligne le long de laquelle le vecteur propre est nul. Un ventre est une région entourée par une ligne de nœuds ou un morceau de frontière sur laquelle le vecteur propre garde un signe constant.

Le résultat version standard pour la membrane

[Voir partie 1](#)

[Voir partie 2](#)

Les modes sont classés par ordre de valeurs propres croissantes. Le $n^{\text{ème}}$ mode au plus n ventres distincts. L'inégalité provenant des modes multiples qui ont le même nombre de ventres (cas du rectangle QCM2). Pour une démonstration cliquez dans les onglets.

Exercice : Trouver le rang des modes ci-dessus (supposés simples)

Fredholm avec amortissement et remarque sur le couplage gyroscopique

[Retour](#)

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

OCM 2

On s'intéresse ici au problème suivant qui intervient notamment dans le calcul des fonctions de transfert (V^c est le complexifié de V et $c(.,.)$ est \mathbb{R} , sym., bili., cont., posi. sur $V^c : m(.,.)$ et $a(.,.)$ comme d'habitude : \mathbb{R} , bili., cont., sym., coer.) :

$$\text{trouver } z \in V^c, \forall v \in V^c, -\omega^2 m(z, v) + i\omega c(z, v) + a(z, v) = l(v).$$

Fredholm avec $c(.,.)$ symétrique et positive [Preuve](#)

Si ω^2 n'est pas une valeur propre de $a(.,.) / m(.,.)$ alors il existe une solution unique. C'est encore vrai si ω^2 est une v.p. à condition que si w est un vecteur propre associé alors $c(w, w) = 0 \Rightarrow w = 0$ ce qui est incompatible avec la définition d'un vecteur propre. [Exemple simple](#)

Et avec couplage gyroscopique ($c(.,.)$ continue sur H) [Remarque](#)

Si $c(.,.)$ est antisymétrique et vérifie des hypothèses ad'hoc les v.p. du modèle sont réelles. Mais pas les vecteurs propres.

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

OCM 2

Formalisme du problème posé Hadamard

On imagine une transformation géométrique assez régulière :

$$x \in \Omega, x^\eta = F^\eta(x) = x + \eta\theta(x) \in \Omega^\eta, f^\eta(x^\eta) \rightarrow f(\eta)(x) = f^\eta \circ F^\eta(x).$$

Plusieurs règles de calcul :

$$\int_{\Omega^\eta} f^\eta(x^\eta) = \int_{\Omega} f(\eta)(x) \det(DF^\eta)(x),$$

$$\det(DF^\eta) = 1 + \eta \operatorname{div}(\theta) + \eta^2 \det(D\theta),$$

$$\nabla^\eta f^\eta(x^\eta) = [{}^t DF^\eta]^{-1} \nabla f(\eta)(x), [{}^t DF^\eta]^{-1} = \operatorname{Id} - \eta D\theta + \eta^2 [D\theta]^2 + \dots$$

L'expression utilisée dans la suite

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^\eta} c^2 \nabla^\eta w^\eta \cdot \nabla^\eta v \\ &= \int_{\Omega} c^2 \nabla w(\eta) \cdot \nabla v + \eta [\operatorname{div}(\theta) \nabla w(\eta) \cdot \nabla v - 2[D\theta]_s \nabla w(\eta) \cdot \nabla v] + \dots \end{aligned}$$

Calcul de la dérivée première Retour

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du
min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

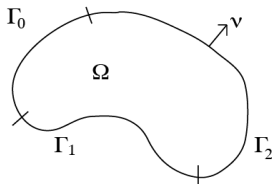
Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

OCM 2

Application à un problème de modes propres type



Trois types de conditions aux limites

$$\begin{aligned}
 -c^2 \Delta^\eta w^\eta &= \lambda^\eta w^\eta \text{ dans } \Omega^\eta, \\
 w^\eta &= 0 \text{ sur } \Gamma_0^\eta, \quad \frac{\partial w^\eta}{\partial \nu} = 0 \text{ sur } \Gamma_1^\eta, \\
 c^2 \frac{\partial w^\eta}{\partial \nu} + \alpha w^\eta &= 0 \text{ sur } \Gamma_2^\eta.
 \end{aligned}$$

On pose ensuite :

$$w(\eta) = w^0 + \eta w^1 + \dots \quad \lambda^\eta = \lambda^0 + \eta \lambda^1 + \dots$$

Expression de la dérivée première ($\Gamma_0^\eta = F^\eta(\Gamma_0)$, $V^\eta = F^\eta(V)$)

$$\begin{aligned}
 \lambda^1 &= \int_{\partial\Omega} [c^2 |\nabla w^0|^2 - \lambda^0 |w^0|^2] \theta \cdot \nu - 2c^2 (\nabla w^0 \cdot \theta) (\nabla w^0 \cdot \nu), \\
 w^1 &\in V^\perp w^0, \quad \forall v \in V^\perp w^0, \quad \int_{\Omega} c^2 \nabla w^0 \cdot \nabla v - \lambda^0 w^0 v = \\
 &\int_{\Omega} [\lambda^0 w^0 v - c^2 (\nabla w^0 \cdot \nabla v)] \operatorname{div}(\theta) + 2 \int_{\Omega} [D\theta]_s \nabla w^0 \cdot \nabla v.
 \end{aligned}$$

Influences des C.L. sur $\lambda^1 = \frac{\partial w}{\partial \Omega}(\theta)$ Retour

Cours 2:

Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

OCM 2

Contribution de Γ_0 Visualisation Dirichlet

$$-c^2 \int_{\Gamma_0} \left| \frac{\partial w^0}{\partial \nu} \right|^2 (\theta, \nu) = - \text{signe de } (\theta, \nu)$$

Contribution de Γ_1 Visualisation Neumann

$$\int_{\Gamma_1} [c^2 \left| \frac{\partial w^0}{\partial s} \right|^2 - \lambda^0 |w^0|^2] (\theta, \nu) \text{ le signe dépend aussi du nombre d'onde}$$

Contribution de Γ_2 ($\theta_s = \theta, \tau$) Visualisation rotation

$$\begin{aligned} & - \int_{\Gamma_2} (\lambda^0 + \frac{\alpha^2}{c^2}) |w^0|^2 (\theta, \nu) + \int_{\Gamma_2} c^2 \left| \frac{\partial w^0}{\partial s} \right|^2 (\theta, \nu) \\ & + \int_{\Gamma_2} \alpha |w^0|^2 \frac{\partial \theta_s}{\partial s} - \int_{\partial \Gamma_2} \alpha |w^0|^2 \theta_s. \end{aligned}$$

Si $\theta, \nu = 0$ et $\theta_s = C$ (Cte) sur $\Gamma_2 \Rightarrow$ reste $-\int_{\partial \Gamma_2} \alpha |w^0|^2 C$.

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

λ v.p. ordre $p > 1$ avec un s.e.v.p. engendré par : $w_i, i = 1, p$

Prenons $p = 2$ pour alléger l'écriture des matrices. λ_1 est une v.p. de la matrice 2×2 ci-dessous où les termes sont intégrés sur Ω :

$$\begin{pmatrix} -\lambda_0 |w_1|^2 \operatorname{div}(\theta) + c^2 [I_D \operatorname{div}(\theta) - 2(D\theta)_S] \nabla w_1 \cdot \nabla w_1 & -\lambda_0 w_1 w_2 \operatorname{div}(\theta) + c^2 [I_D \operatorname{div}(\theta) - 2(D\theta)_S] \nabla w_1 \cdot \nabla w_2 \\ -\lambda_0 w_1 w_2 \operatorname{div}(\theta) + c^2 [I_D \operatorname{div}(\theta) - 2(D\theta)_S] \nabla w_1 \cdot \nabla w_2 & -\lambda_0 |w_2|^2 \operatorname{div}(\theta) + c^2 [I_D \operatorname{div}(\theta) - 2(D\theta)_S] \nabla w_2 \cdot \nabla w_2 \end{pmatrix}$$

Il y a donc p solutions en λ^1 et p vecteurs propres $z_k, k = 1, p$.

On construit les p vecteurs w_k^1 en résolvant :

$$\begin{cases} w_k^1 \perp w_k, \quad k = 1, p, \quad \forall v \in V^\perp w_k, \quad k=1, p, \\ a(w_k^1, v) - \lambda m(w_k^1, v) = \frac{\partial a}{\partial \Omega}(\theta)(w_k, v) - \lambda \frac{\partial m}{\partial \Omega}(\theta)(w_k, v) - \lambda_k^1 m(w_k, v). \end{cases}$$

Une description des ondes de Love Retour

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les $\#$ et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

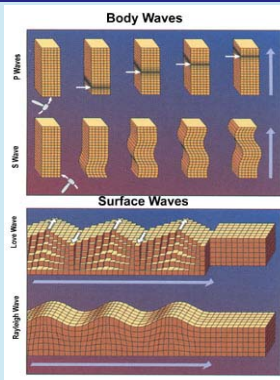
Un premier exemple

D'autres exemples

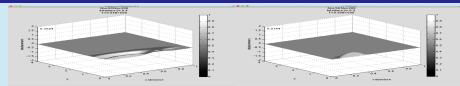
QCM 2

Les ondes de Love apparaissent si et seulement s'il y a deux matériaux distincts.

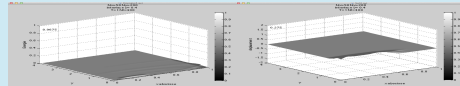
Ondes dans les structures



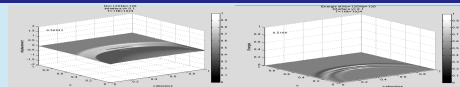
progressive énergie solution



stationnaire énergie solution



homogène énergie solution



Description analytique

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

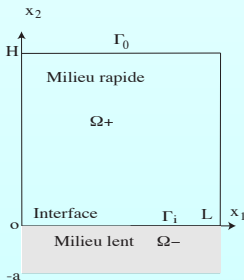
QCM 2

Le problème spectral (qui engendre une base Hilbertienne) :

$$\lambda w = -\operatorname{div}(c^2 \nabla w) \text{ dans } \Omega,$$

$$\frac{\partial w}{\partial \nu} = 0 \text{ sur } \Gamma = \partial\Omega,$$

$$\int_{\Omega} w^2(x) dx = 1.$$



Posons $(x = (x_1, x_2))$:

$$w(x) = \cos\left(\frac{n\pi x_1}{L}\right) q_n(x_2),$$

$$\int_{-a}^H q_n^2(x_2) dx_2 = \frac{2}{L}$$

soit :

$$\left(\lambda - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right) q_n + \frac{d}{dx_2} \left(c^2 \frac{dq_n}{dx_2}\right) = 0,$$
$$\frac{dq_n}{dx_2}(-a) = \frac{dq_n}{dx_2}(H) = 0.$$

Les solutions du problème spectral

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Il y a deux types de solutions :

Intérieure

$$\lambda^2 > \left(\frac{c^+ n\pi}{L}\right)^2$$

Love

$$\left(\frac{c^- n\pi}{L}\right)^2 < \lambda^2 < \left(\frac{c^+ n\pi}{L}\right)^2$$

On a toujours : $\lambda^2 > \left(\frac{c^- n\pi}{L}\right)^2$.

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du
min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

$$c_s = c_f$$

$$c_s = 0.5 c_f$$

$c_s = 0.5 c_f$ et en hautes fréquences

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

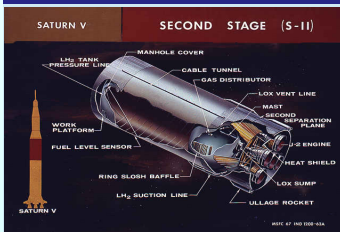
Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Le ballotement des liquides et l'effet POGO



Fusée Emerald => plouf !

On considère un réservoir déformable avec du liquide. Le fluide est incompressible. Le mouvement du fluide est représenté par le potentiel des vitesses $\varphi \in H^1(\Omega)$. Le modèle de la structure est (u est le déplacement de la structure dans l'espace V à chaque instant).

$$\forall \psi \in H^1(\Omega), \frac{\rho}{g} \int_{\Gamma_f} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \psi + \rho \int_{\Omega} \nabla \varphi \cdot \nabla \psi = \rho \int_{\Gamma_s} \left(\nu \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \right) \psi,$$

$$\forall v \in V, m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, v \right) + a(u, v) = -\rho \int_{\Gamma_s} \frac{\partial \varphi}{\partial t} (\nu \cdot v).$$

Existence et unicité se déduisent de la conservation de l'énergie.

Les modes couplés

Le modèle couplé se met sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} M_f & 0 \\ 0 & M_s \end{pmatrix} \ddot{X} + \begin{pmatrix} 0 & C \\ -{}^t C & 0 \end{pmatrix} \dot{X} + \begin{pmatrix} K_f & 0 \\ 0 & K_s \end{pmatrix} X = 0$$

μ une valeur propre ($-\mu$ aussi) du système couplé associé à un vecteur propre (et \bar{X}) $X = (X_f, X_s) = (X_f^R + iX_f^I, X_s^R + iX_s^I)$. On pose :

$$q^2 = \frac{(K_f X_f \cdot \bar{X}_f)(K_s X_s \cdot \bar{X}_s)}{(M_f X_f \cdot \bar{X}_f)(M_s X_s \cdot \bar{X}_s)} = \lambda_f \lambda_s \in \mathbb{R}^+ \text{ et } \xi = \frac{(CX_s^I \cdot X_f^R) - (CX_s^R \cdot X_f^I)}{(M_f X_f \cdot \bar{X}_f)(M_s X_s \cdot \bar{X}_s)} \in \mathbb{R},$$

$$-\mu^2 - 2\mu\xi + q^2 = 0 \Rightarrow \mu = \xi \pm \sqrt{q^2 + \xi^2} \Rightarrow \text{toujours stable ;}$$

Remarque (Trois aspects)

- *Le couplage peut rapprocher ou éloigner les fréquences séparées suivant ξ mais l'énergie est conservée ;*
- *Résonance de la structure transmise au fluide => POGO ;*
- *Tremblement (fluctuations de la gravité apparente).*

Dans le second cas il s'agit d'une instabilité qui est linéairement croissante avec le temps. Pour le cas 3 => Théorie de Floquet

Un bateau à l'ancrage Retour

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Le modèle

Pour simplifier imaginons un bateau rigide en pilonnement et flottant dans un bassin d'eau incompressible. Le modèle couplé est le suivant :

$$M\ddot{z} + |S|\varrho g z = -\varrho \int_{\Gamma_c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} (\nu \cdot \mathbf{e}_z),$$
$$\forall \psi \in V, \frac{\varrho}{g} \int_{\Gamma_f} \ddot{\varphi} \psi + \varrho \int_{\Omega} \nabla \varphi \cdot \nabla \psi = \varrho \int_{\Gamma_c} \dot{z} (\nu \cdot \mathbf{e}_z) \psi.$$

Cas particulier : mouvement lent des vagues $\Rightarrow \ddot{\varphi}$ négligeable $\Rightarrow \varphi = 0$ sur Γ_f , $V \rightarrow V_0$. On introduit l'opérateur G (Neumann to Dirichlet) :

$$\varphi_1 \in V_0, \forall \psi \in V_0, \int_{\Omega} \nabla \varphi_1 \cdot \nabla \psi = \int_{\Gamma_c} (\nu \cdot \mathbf{e}_z) \psi,$$

\Rightarrow

$$\underbrace{\left(M + \varrho \int_{\Gamma_c} \varphi_1 \right)}_{\text{masse ajoutée}} \ddot{z} + |S|\varrho g z = 0.$$

La masse abaisse les fréquences : [Preuve](#)

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

OCM 2

Le modèle couplé fluide-structure avec vitesse d'avance

On se place dans le repère du bateau qui avance à la vitesse U dans la direction $-\mathbf{e}_x$ et on translate φ de xU (barge : $\mathbf{e}_z \cdot \nu = 1$, $\mathbf{e}_x \cdot \nu = 0$) :

$$M\ddot{z} + \rho g |S| z = -\rho \int_{\Gamma_c} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] (\mathbf{e}_z \cdot \nu) + \frac{U^2}{2} (\mathbf{e}_z \cdot \nu) \text{ Venturi},$$

$$\forall \psi \in V, \frac{\rho}{g} \int_{\Gamma_f} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right] \psi + \rho \int_{\Omega} \nabla \varphi \cdot \nabla \psi =$$

$$\rho \int_{\Gamma_c} \left[\dot{z} (\mathbf{e}_z \cdot \nu) + Uz \frac{\partial (\mathbf{e}_z \cdot \nu)}{\partial x} \right] \psi - \rho U \int_{\Gamma_c} (\mathbf{e}_x \cdot \nu) \psi.$$

Linéarisation supplémentaire (on décale z à cause du Venturi)

z est d'ordre 1 ; φ a un terme d'ordre 0. On pose $\varphi_0 \in V$ tel que :

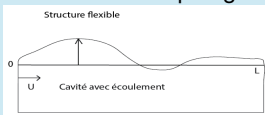
$$\forall \psi \in V, \rho \int_{\Omega} \nabla \varphi_0 \cdot \nabla \psi = -\rho \int_{\Gamma_c} (\mathbf{e}_x \cdot \nu) \psi,$$

$$\varphi = U\varphi_0 + \varphi_1, \int_{\Gamma_c} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} (\mathbf{e}_z \cdot \nu) \text{ contient ordre 1 : } \text{Expl1.} \quad \text{Expl2.} \quad \text{Exo.}$$

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Tuyauterie parcourue par un écoulement avec débit constant (E. Gout)

On considère une structure flexible équipée d'actionneurs anti-vibration et plongée dans un écoulement à la vitesse $U = M_c c_f$.



$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \stackrel{\text{anti-vibration}}{=} \chi_{[a,b]}(x) u,$$

● Existence/unicité ok; $\eta(0, t) = \eta(L, t) = 0$, et dans Ω :

● il apparaît des ondes locales (Stoneley) pour $c_f > c_s$;

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - c_f^2 \Delta \varphi = 0,$$

● pb en $x = 0$ et $x = L$ sur Γ_f car il y a 3 C.L et deux fonctions ;

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} \text{ sur } \Gamma_f,$$

● coups de bélier pour le contrôle (état adjoint).

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U(e_x \cdot \nu) \left(1 - \frac{1}{M_c^2}\right) \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = 0 \text{ sur } \partial\Omega \setminus \Gamma_f.$$

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du
min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2

Un modèle d'interaction de deux fluides

On considère un écoulement uniforme surmonté d'un écoulement d'une couche capillaire et on s'intéresse aux perturbations.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} + (U^2 - c_s^2) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + g\eta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0.$$

$\eta(0, t)? \eta(L, t)?$ Une solution ; et dans Ω :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - c_f^2 \Delta \varphi = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} \text{ sur } \Gamma_f,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + [U(\mathbf{e}_x \cdot \nu) + c_f] \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = 0 \text{ sur } \partial\Omega \setminus \Gamma_f.$$

Questionnaire d'assimilation [Retour](#)

Cours 2: Evolution du spectre avec les paramètres

Le théorème du min/max

Version forte

Les \sharp et \flat

Les ventres

Fredholm

Sensibilité/ géométrie

Formalisme

Calcul de la sensibilité

Les ondes locales

Modes de Love

Les solutions de Love

Fluides-structures

Un premier exemple

D'autres exemples

QCM 2



Un bateau volant mais sans vélo !.

Répondez aux questions et vérifiez votre score.



Lancer le qcm

Un phare apporte la lumière et permet de se repérer dans une mer parfois très agitée et recouverte de brouillard.

Evitez de regarder les réponses trop vite !